

Optimisation de forme et son application à l'endommagement brutal partiel

Gilles FRANCFORT

Je propose dans ce cours de commencer par étudier le problème classique de maximisation ou de minimisation de la compliance d'un matériau biphasé. Classiquement, ce problème n'a pas de solution classique lorsqu'on impose une contrainte de volume sur une phase et il doit être relaxé. Une relaxation naturelle est celle que suggère l'homogénéisation qui conduit à des problèmes de bornes optimales sur l'énergie macroscopique d'un mélange biphasé. Je discuterai rapidement le cheminement qui mène à ce problème relaxé et les méthodes d'obtention de bornes optimales à l'aide de la méthode d'Hashin-Shtrikman.

Dans une deuxième partie du cours, je discuterai du problème de l'évolution de l'endommagement partiel brutal et montrerai comment une telle évolution donne naissance à des mélanges fins de matériaux sain et endommagé qui évoluent de façon irréversible au cours du temps. La formulation associée imbrique intimement le caractère irréversible de l'endommagement avec la construction de microstructures optimales qui sont le produit d'un processus de relaxation identique à celui de la maximisation de la compliance. Contrairement à une approche phénoménologique de l'endommagement, le (ou les) mécanisme(s) microstructurel(s) qui engendrent cet endommagement n'est (ne sont) pas postulé(s) a priori mais déduit(s) de la cinématique macroscopique. En d'autres termes la forme géométrique et le chargement déterminent la microstructure.